

考虑输配协同的电网并行恢复分区及 机组启动次序统一优化决策方法

王炜歆¹, 王小君¹, 许寅¹, 王颖^{1*}, 刘家好², 杜洋²

(1. 北京交通大学电气工程学院, 北京市 海淀区 100044;
2. 国网上海市电力公司电力科学研究院, 上海市 虹口区 200437)

A Synthetic Optimal Decision-making Method for Parallel Restoration Sectionalizing and Generator Start-up Sequence of Power Grids Considering Transmission and Distribution System Coordination

WANG Weixin¹, WANG Xiaojun¹, XU Yin¹, WANG Ying^{1*}, LIU Jiayu², DU Yang²

(1. School of Electrical Engineering, Beijing Jiaotong University, Haidian District, Beijing 100044, China; 2. Electric Power
Research Institute of State Grid Shanghai Municipal Electric Power Company, Hongkou District, Shanghai 200437, China)

ABSTRACT: In the preliminary stage of power system restoration, shortage of black start resources delays the procedure of restoration. With various types of resources accessed in distribution systems (DSs), it is possible to utilize active DSs to support transmission system (TS) restoration through bottom-up strategy, accelerating black start. First, the idea of coordinated restoration of TS and DSs is proposed, the capabilities of DSs to contribute into the bottom-up restoration strategy are analyzed, and the supporting patterns are clarified. Second, considering the generator cranking power of TS and generation resources of DSs, external characteristics of DSs are defined, together with modeling of DSs external characteristics. Then, minimizing the total starting time of generators, a mixed-integer linear program of synthetic optimal decision-making for parallel restoration sectionalizing and generator start-up sequence considering coordinated restoration of TS and DSs is built. The effectiveness and superiority of the proposed method are verified based on an actual power grid case of China.

KEY WORDS: black start; active distribution system; restoration sections; generator start-up sequence; coordinated restoration of transmission system and distribution system

摘要: 在电网恢复初期, 黑启动资源紧缺, 恢复所需时间长。

基金项目: 国家自然科学基金(面上基金项目)(52277072); 国家自然科学基金(青年科学基金项目)(52107067)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (General Program)(52277072); National Natural Science Foundation of China (Young Scientific Program)(52107067)。

随着配电网接入多种类型的资源, 利用含源配电网自下而上支撑输电恢复、加速黑启动进程逐步具备可行性。该文首先提出输配协同恢复理念, 分析向上支撑输电恢复的配电网需具备的条件, 进而明确输配协同恢复方式; 然后, 结合输电机组启动过程的功率需求和配电网发电资源特征, 定义配电网向上送电外特性, 并提出配电网向上支撑外特性建模方法; 进一步, 以机组启动总耗时最小为目标, 构建考虑输配协同的电网并行恢复分区及机组启动次序统一优化决策的混合整数线性规划模型; 最后, 基于国内实际输配电网算例, 验证该文所提方法的有效性。

关键词: 黑启动; 含源配电网; 恢复分区; 机组启动次序; 输配协同恢复

0 引言

近年来, 极端事件导致的大面积停电事故频发, 长时间断电造成严重经济损失和社会影响^[1-2]。大停电后, 电网的恢复包括机组启动、网架重构和负荷恢复阶段^[3-5]。然而, 恢复初期黑启动资源紧缺, 机组启动过程要耗费大量时间。此时, 利用具备黑启动能力的配电网, 能够快速协助输电机组启动, 加快恢复进程^[6]。随着能源转型的不断推进和坚强局部电网的大力建设, 配电网中逐步接入具备黑启动能力的本地保障电源^[7], 协同输配电网资源加速黑启动逐步成为可能^[8]。

当前, 有部分学者开始考虑输配协同在电力系统恢复中的作用, 主要针对机组启动和负荷恢复阶段展开研究。在负荷恢复阶段, 现有研究的主要思

路为协同输配电网发电资源,以恢复量最大和速度最快为目标恢复负荷^[9-11]。在机组启动阶段,现有研究的主要思路为利用配电网的黑启动机组(black-start generator, BSG)增加输电网可用发电容量,加速非黑启动机组(non-black-start generator, NBSG)恢复。文献[12]考虑输、配电网的决策独立性,建立输配电网信息交互机制及各自优化模型,并利用改进的分布式算法快速求解;文献[13]在此基础上,将恢复空载线路导致的过电压问题纳入考虑,建立考虑线路恢复过程的机组启动模型。此外,文献[14]从恢复过程的频率、电压等方面分析微电网整体作为黑启动电源的可行性;文献[15]在确定系统分区的情况下,建立考虑微电网支援的输电网机组启动模型。

然而,现有的输配协同恢复研究鲜有分析探讨配电网向上支撑大电网需要具备的条件及支撑方式,同时也少有考虑配电网对大电网分区并行恢复的影响。本文将高压配电网整体作为黑启动资源,聚合本地电源加速输电网机组启动过程。首先分析明确配电网向上支撑大电网恢复需具备的条件、协同方式及框架;然后,聚合配电网发电资源,定义配电网向上送电外特性,建立优化模型,得到向上送电准备时间和功率输出特性曲线;最后,将配电网外特性作为输入,构建考虑输配协同的电网并行恢复分区及机组启动次序统一优化决策的混合整数线性规划模型,并通过实际城市输配电网算例验证方法的有效性。

1 输配协同恢复理念及框架

1.1 输配协同恢复理念

在大停电事故后,500 kV及更高等级的电网通常由所在的区域级电网管辖和恢复。本文的输配协同方法适用于执行“自上而下,分区并行”恢复策略且接有具备自启动能力配电网的输电网。输电网的主要发电资源为燃机、CHP机组等同步机组;高压配电网包含同步机组、可再生能源(renewable energy source, RES)和储能电站,电网中的所有资源在恢复期间均可观、可控。同时,在与高压配电网相连的中低压配电网中,分布式电源的渗透率与发电能力较低,可等效为高压配电网的负荷节点。

参与输配协同的配电网应具备自启动能力。自启动能力是指配电网中至少配备一组具备自启动能力的发电资源,可在短时间内启动机组,恢复关

键负荷,形成小型带电区域。部分有自启动能力的配电网还具备构建送电路径能力,即在本地发电资源的聚合作用下,可主动恢复变压器和高压输电线路,向上送电并启动NBSG。此类配电网需要满足的条件包括:1)具备充足的无功吸收能力,能够平衡空充变压器和高压线路产生的大量无功^[14,16];2)具备启动变压器能力,可提供启动所需电流且不触发保护动作^[17]。

在坚强局部电网的建设要求下,每个坚强局部电网通过接入具备黑启动能力的本地保障电源、升级调度自动化系统等方式,实现大面积停电情况下坚强局部电网的孤网运行,并具备一定的调频、调压能力^[7]。

综上,随着坚强局部电网的大力建设,将高压配电网作为黑启动资源,协助输电网NBSG启动逐步具备可行性。

本文充分考虑具备上述能力的配电网,提出3种输配协同方式,如图1所示。

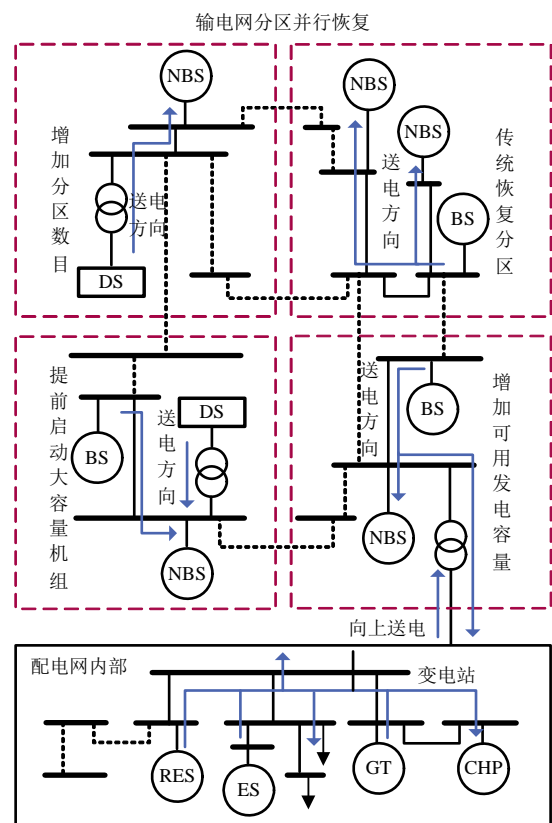


图1 输配电网协同恢复理念

Fig. 1 Idea of coordinated restoration of TS and DSs

1) 增加分区数目。

具备构建送电路径能力的配电网先自启动,然后恢复变压器和输电线路并向上送电,恢复输电网中的NBSG,构成新的恢复分区。

2) 提前启动大容量机组。

考虑到含储能的配电网存在能量限制，可能无法独立支撑 NBSG 的完整恢复过程，此类配电网需要和 BSG 协同启动 NBSG。具体过程为：配电网内部恢复并向上送电，提前启动距离较近的 NBSG，在持续高功率输出一段时间后由 BSG 支撑 NBSG 剩余恢复过程。

3) 增加可用发电容量。

首先，输电网中的 BSG 先启动变压器和线路，协助配电网构建送电路径；配电网优先保障关键负荷供电，然后恢复向上送电路径实现向上送电，提升分区发电能力，加快 NBSG 恢复。

1.2 输配协同恢复框架

为实现上述输配协同理念，本文提出输配协同恢复框架，如图 2 所示：首先，各个配电网调度人员根据本地资源特征，通过求解模型得到各自配电网的向上送电外特性，发送给输电网；然后，输电网调度人员将所有配电网的外特性作为输入，对大电网进行分区和机组启动的统一优化决策，再将使用计划发送给配电网，配电网调度人员根据输电网恢复的使用计划调整运行计划，实现输配电网恢复过程中的高效协同。

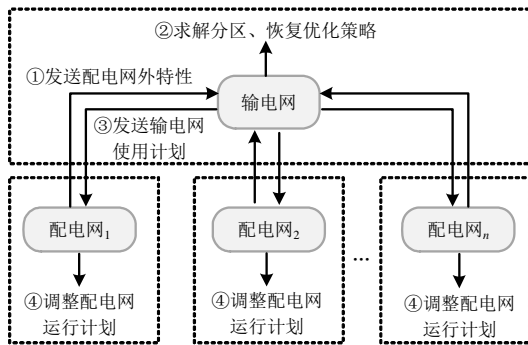


图 2 输配协同恢复框架

Fig. 2 Framework of coordinated restoration of TS and DSs

在上述框架中，如何考虑配电网内部资源的协调和聚合，同时结合输电网机组恢复过程中的需求，得到描述配电网对输电网支撑能力的整体外特性，并确保该外特性的绝对可行性，是难点一；因配电网支撑恢复的方式不同，大电网恢复分区数目无法提前确定，如何考虑输配协同，实现恢复分区和恢复策略统一决策，是难点二。本文将在第 2 节和第 3 节分别解决以上两个难点。

2 配电网向上送电外特性建模

本节首先定义配电网向上送电外特性，包括向

上送电准备时间和功率输出特性曲线；然后，针对配电网内部恢复过程建模，得到配电网向上送电准备时间，并针对配电网向上送电过程建模，得到功率输出特性曲线。

2.1 配电网向上送电外特性

本文定义配电网外特性包括向上送电准备时间和功率输出特性曲线。

向上送电准备时间指配电网内部完成机组启动和关键负荷恢复、且所有机组达到最小技术出力所需的时间，即配电网对输电网进行支援所需的最短时间。功率输出特性指配电网在满足本地关键负荷需求的前提下，聚合本地资源提供给输电网的最大功率。功率输出特性曲线表示最大输出能力，而非实际的输出曲线，配电网无需时刻通过控制技术保持如图 3 所示的输出功率。在实际恢复过程中，完成内部恢复的配电网处于孤岛运行状态，当输电网大型机组待启动，需要功率支援时，配电网调整机组出力，向上送电满足输电网需求。

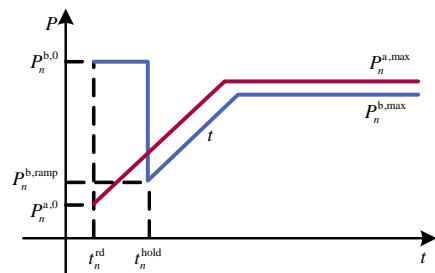


图 3 配电网送电功率输出曲线

Fig. 3 Power output curves of DSs

本文结合输电网恢复初期需求和配电网资源特性，提出配电网的功率输出双特性曲线，如图 3 所示。其中，红色曲线面向输电网需配电网进行平稳功率支撑的情况，蓝色曲线则面向系统恢复初期需要配电网进行短时高功率支撑的情况。具体实现方面，红色曲线是利用储能平抑 RES，叠加同步机组发电能力后得到的功率特性曲线，整体呈现出与同步机组相似的爬坡特性；蓝色曲线是利用储能能初期提供高功率支撑，后续整体呈现爬坡特性的功率特性曲线。设计功率输出双特性曲线的目的在于满足大电网恢复过程中的不同需求，上述的两种功率输出特性表示配电网具备的能力，在实际恢复过程中，输电网将会根据需求实现二选一。具体建模过程将在第 3 节论述。

图 3 中： t_n^{rd} 为配电网向上送电的准备时间； $P_n^{a,0}$ 和 $P_n^{b,0}$ 分别为两种功率特性曲线的初始值，前者由 t_n^{rd} 时刻的同步机、RES 与储能联合出力值决定，后

者由输电机组启动需求决定； t_n^{hold} 为提供 $P_n^{\text{b},0}$ 的最大时间； $P_n^{\text{b},\text{ramp}}$ 为爬坡过程的初始值； $P_n^{\text{a},\text{max}}$ 和 $P_n^{\text{b},\text{max}}$ 分别为 2 种功率特性曲线的最大值。

2.2 配电网向上送电准备时间计算

配电网向上送电准备时间由配电网内部恢复过程决定，因此本文建立以配电网向上送电准备时间最小为目标的配电网内部恢复优化模型，求解后最优目标值即为配电网向上送电准备时间。

1) 目标函数。

目标函数为最小化向上送电准备时间：

$$\min \sum_{n \in \Omega_{\text{DS}}} t_n^{\text{rd}}$$

式中： Ω_{DS} 为配电网的集合； t_n^{rd} 为配电网 n 的向上送电准备时间。

2) 约束条件。

配电网向上支援输电恢复的前提是优先确保本地关键负荷的供电^[12]、同时所有机组都达到最小技术出力，因此约束条件包括关键负荷恢复约束、机组达到最小出力约束，以及其他恢复相关技术约束，即同步机组、RES 和储能的出力约束、系统功率特性约束、网络恢复状态和恢复逻辑等约束^[18-19]，详见附录 A 中式(A1)—(A32)。

该模型为混合整数线性规划模型，能够通过成熟的商业求解器求解。

2.3 配电网功率输出特性曲线计算

本节将分别阐述 2 种功率输出特性曲线的求解过程。2 个模型的储能初始能量为上述配电网内部恢复模型求出的储能剩余能量。

2.3.1 平稳送电能力曲线

NBSG 在启动时需持续吸收功率直至厂用电恢复，启动过程中功率断供则可能会导致启动失败甚至损坏设备，故输电机组恢复过程的需求之一是获得持续、稳定的功率输入。而高压配电网中可能存在具有不确定性出力的 RES 机组，可能对配电网整体出力外特性的持续平稳性造成影响。综上，本文利用储能平抑 RES 的波动性，得到平稳的出力，再叠加同步机组的发电能力曲线，得到配电网整体的平稳送电能力曲线，如图 4 所示。其中，根据文献[19]的 CVaR 模型，基于各时段 RES 采样值得到置信度 90% 的 RES 出力预测值。上述方法对 RES 出力的预测值以及利用储能在完整恢复周期内平抑 RES，存在一定的保守性。但是，该曲线是配电网在满足本地资源各项运行约束的情况下得到的，

即配电网通过本地资源协调配合，必定能够提供给输电网的功率输出特性曲线。

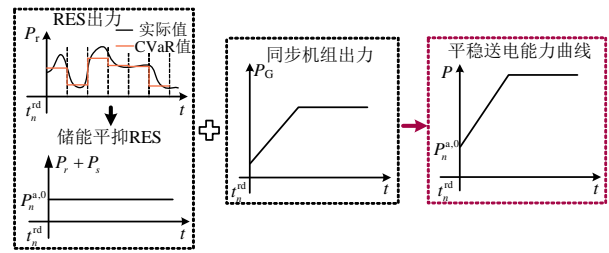


图 4 平稳送电能力曲线

Fig. 4 Stable-increasing power support curve

1) 目标函数。

为得到平稳的送电能力，该模型目标函数为最小化 RES 与储能出力的波动：

$$\min \Delta P$$

其中 ΔP 表示各时段 RES 与储能联合出力的波动之和。

2) 约束条件。

$$\Delta P = \sum_{t \in T_{\text{DSn}}^{\text{rd}}} \sum_{r \in \Omega_{\text{DSn}}^{\text{RES}}, s \in \Omega_{\text{DSn}}^{\text{stor}}} \left| (P_r^t + P_s^t) - (P_r^{t-1} + P_s^{t-1}) \right| \quad (1)$$

$$P_n^t = \sum_{g \in \Omega_{\text{DSn}}^{\text{G}}} P_g^t + \sum_{s \in \Omega_{\text{DSn}}^{\text{stor}}} P_s^t + \sum_{r \in \Omega_{\text{DSn}}^{\text{RES}}} P_r^t - P_n^{\text{cr}} \quad (2)$$

式中： $T_{\text{DSn}}^{\text{rd}}$ 为大于 t_n^{rd} 的恢复时段集合； $\Omega_{\text{DSn}}^{\text{G}}$ 、 $\Omega_{\text{DSn}}^{\text{stor}}$ 和 $\Omega_{\text{DSn}}^{\text{RES}}$ 分别为配电网 n 的同步机、储能和 RES 集合； P_g^t 、 P_r^t 和 P_s^t 分别为同步机、RES 和储能的有功功率； P_n^{cr} 为配电网 n 的关键负荷总量； P_n^t 为配电网 n 在 t 时刻的输出功率。

式(1)为 RES 与储能出力波动的定义；式(2)为配电网 n 在 t 时刻输出功率的定义，当 $t = t_n^{\text{rd}}$ 时，配电网 n 输出功率 $P_n^t = P_n^{\text{a},0}$ 。发电资源的相关约束与式(A1)—(A18)相同，此处不再赘述。

综上所述，构建混合整数线性规划模型计算配电网的平稳送电能力，具体如下：

目标函数： $\min \Delta P$

约束条件：式(1)、(2)、(A1)—(A18)、(A31)—(A32)

2.3.2 短时支撑能力曲线

在恢复初期，系统发电能力匮乏，且部分 NBSG 启动所需功率高、时间长，故输电机组恢复阶段的另一需求是初期获得高功率支援。本文将储能的能量集中应用于恢复初期，在平抑 RES 的同时，提高 RES 与储能联合出力，使配电网在恢复初期输出高功率，以支撑恢复初期的 NBSG 启动过程，后续受限于储能的能量约束，RES 与储能的联合出力维

持于较低水平，如图 5 所示。将 RES 与储能的联合出力叠加同步机组的发电能力曲线，得到配电网整体的短时支撑能力曲线。同时，将初期提供的高功率值设定为输电网 NBSG 启动功率的最大值。该做法存在保守性，但能够保证配电网提供的高功率支援能够在短时间内满足输电网任意 NBSG 的启动需求。

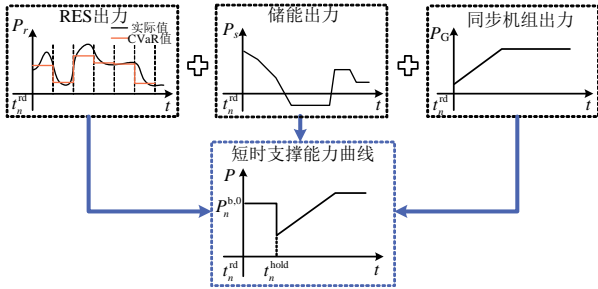


图 5 短时支撑能力曲线

Fig. 5 Short-term high power support curve

1) 目标函数。

为了得到短时支撑能力，该模型在储能平抑 RES 的基础上，利用储能在前期的输出功率。模型的目标函数为最小化 RES 与储能出力波动和最大化高功率支撑时间 t_n^{hold} ，如下：

$$\min \frac{\Delta P}{P_{base}} - \frac{t_n^{hold}}{T}$$

式中： P_{base} 为设定的功率基准值； T 为常数，表示恢复总时段。

2) 约束条件。

除了式(1)和(2)，该模型还包含如下约束：

$$\sigma_n^t \geq \frac{P_n^t}{P_n^{b,0}}, \quad \forall t \in T_{DSn}^{rd} \quad (3)$$

$$t_n^{hold} = \sum_{t \in T_{DSn}^{rd}} \sigma_n^t \quad (4)$$

$$\sigma_n^t \geq \sigma_n^{t+1}, \quad \forall t \in T_{DSn}^{rd} \quad (5)$$

式中： σ_n^t 为整数 0-1 变量，表示配电网 n 是否处于高功率支撑状态； $P_n^{b,0}$ 为常数，本文将其为设为输电网的最大机组启动功率。

式(3)表示当配电网 n 的输出功率大于 $P_n^{b,0}$ 时， $\sigma_n^t=1$ ，否则为 0；式(4)为 t_n^{hold} 的定义；式(5)表示配电网应在恢复初期提供高功率支撑。

综上所述，构建混合整数线性规划模型计算配电网的短时支撑能力，具体如下：

目标函数： $\min \frac{\Delta P}{P_{base}} - \frac{t_n^{hold}}{T}$

约束条件：式(1)—(2)、(3)—(5)、(A1)—(A18)、

(A31)—(A32)

3 考虑输配协同的分区恢复问题建模

输电网得到配电网外特性曲线后，需要结合需求确定分区恢复策略及各个配电网参与输配协同的方式及选用的功率输出特性曲线。其中，由于决策前配电网参与输配协同恢复方式不定，因此分区数目无法提前确定，为建模带来困难；此外，配电网两个功率输出特性的选择逻辑也需在建模中体现。本节模型中，基于网络流理论建立分区部分的约束条件，通过构建输电网、配电网节点的网络流平衡约束，将配电网纳入分区问题的决策中；通过引入整数 0-1 变量，建立配电网 2 个功率输出特性的选择逻辑约束。

3.1 目标函数

输电网恢复的目标是系统的发电能力最大化，可等效为最小化机组启动时间^[17]：

$$\min [\sum_{g \in \Omega_{TS}^G} (P_g^{\max} - P_g^{\text{crk}}) t_g^{\text{st}}]$$

其中： Ω_{TS}^G 表示输电网的机组集合； P_g^{crk} 和 P_g^{\max} 分别为机组 g 的启动功率和最大输出功率。

3.2 约束条件

1) 节点网络流约束。

在电力系统分区问题中，BSG 和 NBSG 与网络流问题中“源点”、“汇点”的概念相近，因此可以基于网络流理论对分区问题进行建模^[16]。输配电网节点的网络流平衡约束如下：

①输电网节点

$$\sum_{l \in \delta(k)} f_{l\alpha} = \sum_{i \in \Omega_{TS}^{\text{NBSG}}} z_{i\alpha} + \sum_{j \in \Omega_{BS}} z_{j\alpha}, \quad \forall k \in \Omega_{TS}^{\text{BSG}} \quad (6)$$

$$\sum_{l \in \delta(i)} f_{l\alpha} = -z_{i\alpha}, \quad \forall i \in \Omega_{TS}^{\text{NBSG}} \quad (7)$$

$$\sum_{l \in \delta(v)} f_{l\alpha} = 0, \quad \forall v \notin \Omega_{TS}^G \quad (8)$$

式中： Ω_{TS}^{BSG} 、 $\Omega_{TS}^{\text{NBSG}}$ 和 Ω_{TS}^G 分别为输电网 BSG、NBSG 和机组的集合； $\delta(k)$ 表示与节点 k 相连的线路； α 表示第 α 个分区，其中，分区数量最大值 α^{\max} 等于系统中 BSG 和配电网数量之和，但实际分区数目受配电网参与协同的方式影响； $f_{l\alpha}$ 为分区 α 内的线路 l 上流过的网络流； $z_{i\alpha}$ 为整数 0-1 变量，表示节点 i 是否属于分区 α 。

式(6)—(8)分别表示与 BSG、NBSG 和与机组相连节点的网络流平衡约束；式(6)表示，与 BSG

相连的节点发出的网络流之和等于分区 α 内 NBSG 和配电网节点总和;式(7)表示与 NBSG 相连的节点消耗的网络流由节点 i 是否属于该分区决定;式(8)表示不与机组相连的节点不消耗网络流。

②配电网节点

配电网可能以“增加分区数目”的方式参与,作为“源点”增加分区;也可能以另外两种方式参与,作为“汇点”不改变分区数目。

假设配电网以“增加分区数目”方式参与恢复,则节点网络流平衡约束如下:

$$\sum_{l \in \delta(j)} f_{l\alpha} = \sum_{i \in \Omega_{\text{NBSG}}} z_{i\alpha}, \forall j \in \Omega_{\text{DS}} \quad (9)$$

式中 j 为输电网中的等效配电网节点。

式(9)表示当分区 α 内不存在 BSG 时,由配电网节点发出网络流,且发出网络流的总数为分区 α 内 NBSG 总和。此处引入整数 0-1 变量 b_{α} ,表示分区 α 内是否含 BSG:

$$|I_{\alpha}| / M \leq b_{\alpha} \leq |I_{\alpha}| \times M \quad (10)$$

$$|I_{\alpha}| = \sum_{i \in \Omega_{\text{BSG}}} z_{i\alpha} \quad (11)$$

式中: $|I_{\alpha}|$ 表示分区 α 中 BSG 的数量; M 为取值很大的正整数。

式(10)为 b_{α} 的定义;式(11)表示 $|I_{\alpha}|$ 等于所有属于分区 α 的 BSG 数量之和。

利用大 M 法,将式(9)改写成以下形式:

$$\sum_{l \in \delta(j)} f_{l\alpha} \leq \sum_{i \in \Omega_{\text{NBSG}}} z_{i\alpha} + b_{\alpha} M, \forall j \in \Omega_{\text{DS}} \quad (12)$$

$$\sum_{l \in \delta(j)} f_{l\alpha} \geq \sum_{i \in \Omega_{\text{NBSG}}} z_{i\alpha} - b_{\alpha} M, \forall j \in \Omega_{\text{DS}} \quad (13)$$

式(12)—(13)使配电网节点具备增加分区数目的能力,表示当 $b_{\alpha}=0$ 时,即分区 α 内不存在 BSG,此时配电网节点发出网络流;当 $b_{\alpha}=1$ 时,此时该约束不生效。

假设配电网以另外两种方式参与恢复,则分区内包含 BSG、配电网和 NBSG,配电网节点作为“汇点”,该节点的网络流平衡约束如下:

$$\sum_{l \in \delta(j)} f_{l\alpha} = -z_{j\alpha}, \forall j \in \Omega_{\text{DS}} \quad (14)$$

式(14)表示当分区 α 内同时存在 BSG 和配电网节点时,由 BSG 发出网络流,配电网节点吸收网络流,BSG 发出网络流的总数为子区 α 内 NBSG 和配电网节点总和。利用大 M 法,将式(14)改写成以

下形式:

$$\sum_{l \in \delta(j)} f_{l\alpha} \leq -z_{j\alpha} + (1 - b_{\alpha})M, \forall j \in \Omega_{\text{DS}} \quad (15)$$

$$\sum_{l \in \delta(j)} f_{l\alpha} \geq -z_{j\alpha} - (1 - b_{\alpha})M, \forall j \in \Omega_{\text{DS}} \quad (16)$$

式(15)—(16)表示当 $b_{\alpha}=1$ 时,即分区 α 内存在 BSG,此时配电网节点 j 吸收网络流,吸收的网络流数量由节点 j 是否属于分区 α 决定;当 $b_{\alpha}=0$ 时,此时该约束不生效。

综上,约束式(9)—(16)共同构成了配电网节点的网络流约束,通过求解整个模型可确定配电网参与恢复的方式及相应的分区情况。

2) 分区逻辑约束。

该部分包括节点、线路分区归属关系和分区规模等约束,由式(B1)—(B4)给出,详见附录 B。

3) 输电网机组启动约束。

输电网机组启动特性约束与式(A1)—(A10)类似,此处不再赘述。

4) 配电网向上送电约束。

为了建立输电网对配电网功率输出双特性曲线的选择逻辑约束,引入整数 0-1 变量表示功率输出特性曲线的选择情况:

$$w_n^a + w_n^b = 1, \forall n \in \Omega_{\text{DS}} \quad (17)$$

$$w_{n,h}^{a,t} \leq w_n^a, h = (1, 2, 3), \forall n \in \Omega_{\text{DS}} \quad (18)$$

$$w_{n,h}^{b,t} \leq w_n^b, h = (1, 2, 3), \forall n \in \Omega_{\text{DS}} \quad (19)$$

$$P_n^{\text{DS},t} = P_n^{a,t} + P_n^{b,t}, \forall n \in \Omega_{\text{DS}} \quad (20)$$

式中: w_n^a 、 w_n^b 分别为配电网平稳送电能力和短时支撑能力的选择情况, $w_n^a=1$ 表示选择平稳送电能力, $w_n^b=1$ 表示选择短时支撑能力; $w_{n,h}^{a,t}$ 、 $w_{n,h}^{b,t}$ 为 0-1 整数变量,分别表示两种功率输出特性曲线所处阶段; $P_n^{\text{DS},t}$ 为配电网 n 在 t 时刻的实际输出功率, $P_n^{a,t}$ 和 $P_n^{b,t}$ 分别表示平稳送电能力和短时支撑能力在时刻 t 对应的实际输出功率。

式(17)表示输电网只选择配电网的一种功率特性;式(18)和(19)表示输电网未选择的功率特性,其对应的状态变量均为 0,此时该功率特性对应的实际输出为 0;式(20)为配电网提供的实际功率输出。

将配电网的向上送电准备时间和功率输出特性曲线约束由式(B5)—(B24)给出,详见附录 B。

5) 输电网恢复状态约束。

该部分包括节点、线路和机组的恢复状态约束,详见附录式(B25)—(B29)。

6) 输电网分区与恢复关联约束。

$$r'_{i,\alpha} \leq z_{i,\alpha}, \quad \forall i \in \Omega_{TS}^{bus} \quad (21)$$

$$u'_{j,\alpha} \leq y_{j,\alpha}, \quad \forall j \in \Omega_{TS}^{line} \quad (22)$$

式中： Ω_{TS}^{line} 、 Ω_{TS}^{bus} 为输电网线路、节点集合； $r'_{i,\alpha}$ 和 $u'_{j,\alpha}$ 为分区 α 的节点 i 和线路 j 在 t 时刻的恢复状态； $y_{j,\alpha}$ 为整数 0-1 变量，表示线路 j 是否属于分区 α 。

式(21)–(22)表示若节点 i 和线路 j 不属于分区 α ，则在该分区的恢复进程中不恢复节点 i 和线路 j 。

7) 系统功率约束。

$$\sum_{i \in \Omega_{TS}^G} P_i^t + \sum_{j \in \Omega_{DS}} P_j^{DS,t} \geq 0 \quad (23)$$

$$\sum_{i \in \Omega_{TS}^G} (Q_i^t - w'_{i,3} Q_i^{crk}) + \sum_{j \in \Omega_{DS}} Q_j^{DS,t} \geq \sum_{k \in \Omega_{TS}^{line}} u'_{k,\alpha} B_k V^2 \quad (24)$$

式中： Q_i^t 、 $Q_j^{DS,t}$ 分别为输电网机组 i 和配电网 j 吸收无功的能力，辅机启动所需无功功率在 Q_i^t 中考虑，其定义见附录式(B30)–(B31)； $w'_{i,3}$ 表示机组 i 的启动状态； B_k 为线路 k 的电纳值； V 为线路的电压等级。

式(23)表示系统发电能力始终大于等于 0；式(24)表示机组和配电网应能吸收恢复线路产生的无功功率，以缓解恢复过程的过电压问题^[20]。同时，文献[14]指出，在启动 NBSG 的辅机时，利用分阶段启动辅机和软启动的方式，可以降低辅机恢复过程的电压和频率波动。在实际恢复过程中，恢复线路和变压器导致的过电压问题还可以通过先确定升加压的开机方式避免^[21]。

综上，将考虑输配协同的分区及机组启动问题建立为混合整数线性规划模型，具体如下：

目标函数： $\min[\sum_{g \in \Omega_{TS}^G} (P_g^{max} - P_g^{crk}) t_g^{st}]$

约束条件：式(6)–(8)、(10)–(13)、(15)–(24)、(A1)–(A10)、(B1)–(B29)

4 算例测试

本文参考国内实际输、配电网算例，构造包括 1 个 220 kV 的输电网和 3 个具备向上支撑能力的高压配电网^[12]的测试系统，以验证所提方法的有效性。本文的测试利用 Julia 语言实现，分别利用 Convex.jl 工具包和 Gurobi 求解器进行建模和求解。使用的计算机配置为 Intel Core i5，主频 3.1 GHz，运行内存 16 GB。

4.1 算例信息

输配电网算例拓扑如图 6 所示。图 6(a)所示的

输电网含 3 个 BSG 和 5 个 NBSG，机组信息由表 C1 给出。7、26 和 35 节点与具备自启动能力的配电网相连，其中，DS1 和 DS2 具备构建送电路径能力，能够主动向上送电。图 6(b)所示的配电网算例中：BS 表示具备黑启动能力的同步机组；RES 表示可再生能源；ES 表示储能；GT 表示燃气轮机；CHP 表示热电联产机组；箭头表示必须恢复的关键负荷，同步机组、储能和 RES 的参数见附录 C。初始时刻系统内所有节点与线路断电，配备柴发的燃机、RES 和储能自启动，关键负荷在故障后 20 min 内必须恢复^[12]。

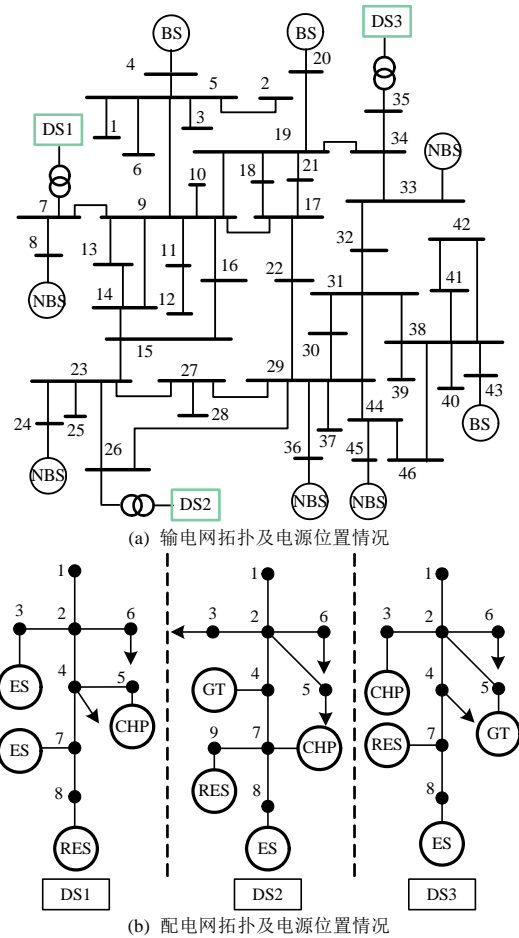


图 6 输配电网拓扑及电源位置情况

Fig. 6 Topologies and generator locations in TS and DS

4.2 本文方法测试结果及分析

针对以上算例，将输电网的单位时段设置为 10 min，配电网的单位时段为 5 min，进行输配协同恢复策略的制定。

首先，各个配电网计算向上送电准备时间，3 个配电网算例对应的求解时间分别为 4、2 和 2 s，结果如表 1 所示，详细恢复结果如附录 D。

在配电网恢复初期，具备自启动能力的储能、RES 和配备柴发的燃机启动，依次通电路路和节

表1 配电网向上送电准备时间

Table 1 Upward power output preparation time of DSs

配电网	位置	向上送电准备时间/min
DS1	7	20
DS2	26	20
DS3	35	40

点,随后恢复关键负荷和不具备自启动能力的 CHP 机组,等待所有机组达到最小技术出力后,配电网进入向上送电状态。

然后,计算配电网功率特性曲线,得到的功率输出特性曲线与关键参数如图7和表2所示。

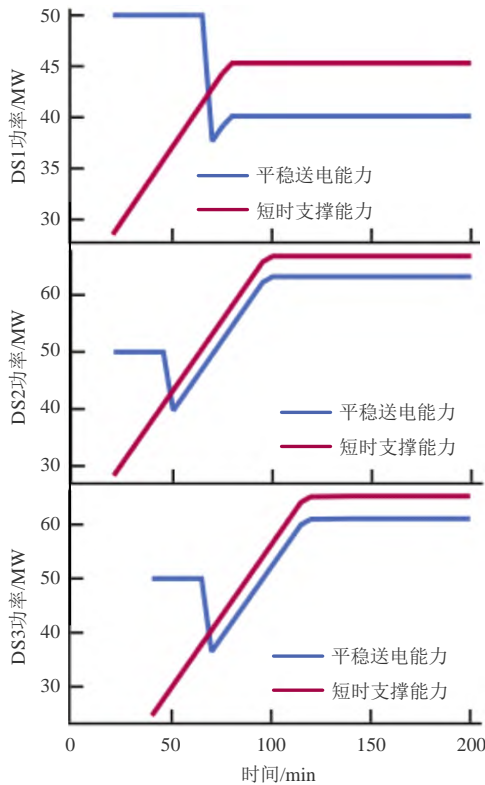


图7 3个配电网的功率输出特性曲线

Fig. 7 Power output curves of three DSs

表2 外特性关键参数

Table 2 Key parameters of external characteristics

序号	爬坡率/ (MW·h)	$P_{a,0}$	$P_{a,max}$	$P_{b,0}$	thold	$P_{b,ramp}$	$P_{b,max}$
		n/ MW	n/ MW			n/ MW	n/ MW
DS1	8.6	28.5	45.3	50	50	37.7	40.1
DS2	15.0	28.3	66.8	50	30	39.7	63.2
DS3	16.0	24.6	65.2	50	30	36.5	61.1

图7中,红线和蓝线分别表示配电网的平稳送电能力和短时支撑能力,对应参数值见表2。由于DS1中储能容量大、占比高,能够维持50min的高功率支撑,高功率输出功率值大于后续平稳出力的水平;而DS2和DS3中,包含更多的同步机组,

能够保持较高的平稳送电能力。

最后,将以上信息作为输入,求解输配协同恢复模型,程序求解时间为50s,得到的机组启动策略如表3所示。

表3 机组启动策略

Table 3 Generator start-up strategy

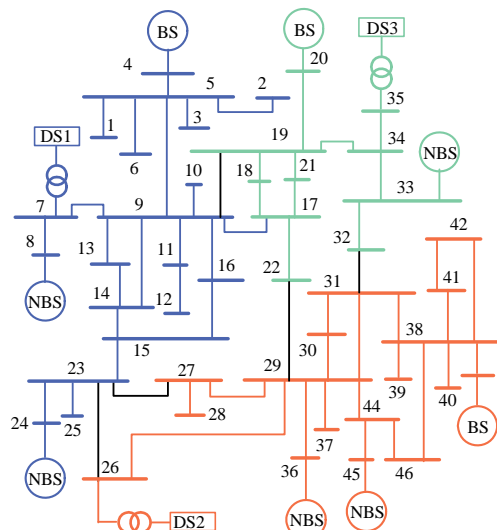
启动时间/min	恢复情况
10	机组 BSG4、BSG20、BSG43 启动
20	BSG 完成启动,配电网 DS1、DS2 向上送电
40	机组 NBSG8 启动
50	机组 NBSG24 启动,BSG20 恢复 DS3 的送电路径
60	配电网 DS3 向上送电,机组 NBSG33 启动
70	机组 NBSG36、NBSG45 启动

在第10min时,输电网中的黑启动电源启动,同时配电网处于内部恢复过程;在第20min时,配电网DS1和DS2完成恢复并构建送电路径,主动向输电网送电提供支持;在第40min时,DS1利用短时支撑能力提前启动NBSG8;在第50min时,DS2利用平稳送电能力恢复NBSG24,BSG20恢复DS3向上送电的路径;在第60~70min期间,DS3向上送电,全网逐步恢复所有的NBSG。

4.3 不同策略对比测试结果及分析

现有输配协同恢复研究中,配电网对输电网的支撑方式主要为“增加可用发电容量”^[12],在此基础上,利用文献[16]所述的并行恢复方法对算例进行求解,求解所得的恢复策略记为“对比策略”,并与本文方法所得策略进行对比,结果如图8、9与表D2所示。

从上述结果可以看出,本文策略相比于仅考虑“增加可用发电容量”一种支撑方式时所得的对比



(a) 对比策略: 1种支撑方式

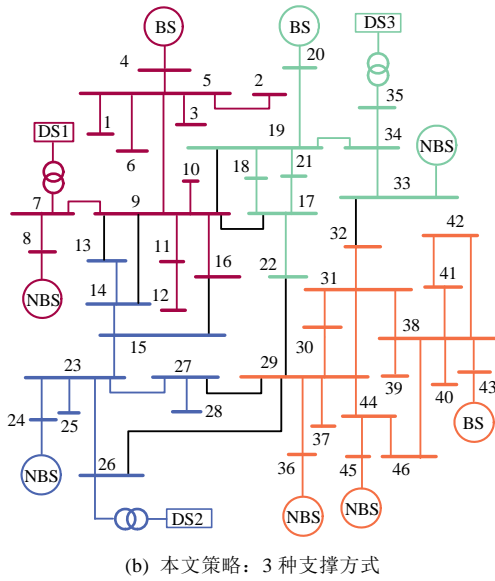


图 8 不同恢复策略下分区结果对比

Fig. 8 Comparison of sectionalization results under different strategies

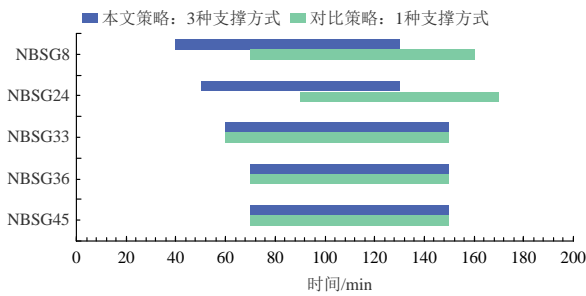


图 9 不同恢复策略下机组启动进程对比
Fig. 9 Comparison of generator start-up processes under different strategies

策略，分区数目更多，且 NBSG8 和 NBSG24 的启动时间明显提前，分别提前了 30 和 40 min。其中，NBSG8 启动提前的原因在于距离该机组最近的 DS1，包含较多的储能，能够在恢复初期维持较长时间的高功率输出，因此提前启动了 NBSG8，并在高功率能量支撑结束后继续由 BSG4 为 NBSG8 供电；NBSG24 启动提前的原因在于，该机组附近的 DS2 包含较多同步机组，具备构成独立分区的能力，因此相比于对比策略的送电路径(BSG-4-5-9-14-15-23-24-NBSG)，可经过更短的送电路径(DS-26-23-24-NBSG)恢复 NBSG24。

图 10 为两种策略下系统发电能力对比。在本文策略和对比策略下，完整机组启动过程耗时分别为 150 和 170 min。在 170 min 内，本文策略和对比策略的系统输出总能量分别为 715.06 和 509 MW·h，本文策略下的输出总能量增加了 40.48%，故本文策略可提前启动 NBSG，更快提升系统发电能力。

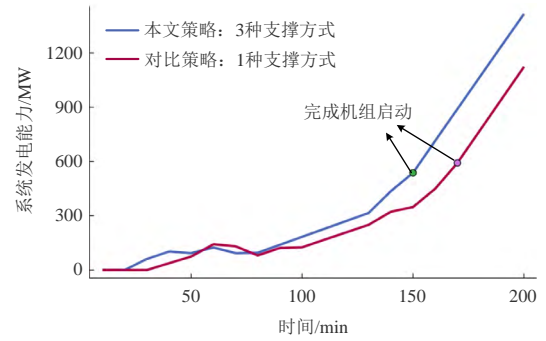


图 10 不同恢复策略下系统发电能力对比
Fig. 10 Comparison of generator curves under different strategies

5 结论

本文围绕考虑输配协同的电网并行恢复分区和机组启动次序统一决策问题展开研究。本文主要工作如下：

- 1) 提出输配协同理念，明确输配协同的方式和框架；
- 2) 其次，定义配电网向上送电外特性，针对配电网恢复过程和向上送电过程分别构建优化模型，得到向上送电准备时间和功率输出双特性曲线；
- 3) 进而，将配电网外特性作为输入，构建考虑输配协同的电网并行恢复分区及机组启动次序统一优化决策模型。

算例验证表明，相比于对比策略，本文策略减少了机组启动过程耗时。故本文方法可以充分考虑配电网对输电网恢复的支撑作用，有效决策分区与恢复策略，提升系统的发电能力，为大停电后电网恢复提供决策支持。实际的电网恢复过程中存在诸多不确定性，未来将进一步探索如何在输配协同恢复问题中考虑不确定性事件并动态调整恢复策略。

参考文献

[1] ADIBI M M, FINK L H. Power system restoration planning[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1994, 9(1): 22-28.

[2] 和敬涵, 李长城, 张沛, 等. 基于改进标签传播算法的电力系统并行恢复分区方法[J]. 电网技术, 2018, 42(6): 1776-1782.

HE Jinghan, LI Changcheng, ZHANG Pei, et al. A partitioning method for power system parallel restoration based on modified label propagation algorithm[J]. Power System Technology, 2018, 42(6): 1776-1782(in Chinese).

[3] HOU Yunhe, LIU C C, SUN Kai, et al. Computation of milestones for decision support during system

- restoration[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(3): 1399-1409.
- [4] LIU Yutian, FAN Rui, TERZIJA V. Power system restoration: a literature review from 2006 to 2016[J]. Journal of Modern Power Systems and Clean Energy, 2016, 4(3): 332-341.
- [5] 刘玉田, 王洪涛, 叶华. 电力系统恢复理论与技术[M]. 北京: 科学出版社, 2014: 117-131.
LIU Yutian, WANG Hongtao, Yehua. Power system restoration theory and technology[M]. Beijing: Science Press, 2014: 117-131 (in Chinese).
- [6] SUN Wei, LIU C C, ZHANG Li. Optimal generator start-up strategy for bulk power system restoration[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(3): 1357-1366.
- [7] 国家能源局. 坚强局部电网规划建设实施方案[EB/OL]. 2020[2022-02-23]. <https://fgw.sh.gov.cn/cmsres/61/611c172fea454cddac69194e2033eb00/f90e3509f2b9873d3d497a59f4f508d7.pdf>.
- [8] 张玉敏, 张旋, 吉兴全, 等. 计及电-气-热 IES 动态特性的输配协同机组组合[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(23): 8576-8592.
ZHANG Yumin, ZHANG Xuan, JI Xingquan, et al. Synergetic unit commitment of transmission and distribution network considering dynamic characteristics of electricity-gas-heat integrated energy system[J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(23): 8576-8592 (in Chinese).
- [9] 张强, 赵晋泉, 戴则梅, 等. 基于目标级联分析的输配电网黑启动分布式协同优化方法[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(3): 111-120.
ZHANG Qiang, ZHAO Jinquan, DAI Zemei, et al. Distributed coordinated optimization method for black-start of transmission and distribution networks based on analytical target cascading[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(3): 111-120(in Chinese).
- [10] ZHAO Jin, WANG Hongtao, LIU Yutian, et al. Coordinated restoration of transmission and distribution system using decentralized scheme[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(5): 3428-3442.
- [11] NEJAD R R, SUN Wei, GOLSHANI A. Distributed restoration for integrated transmission and distribution systems with DERs[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(6): 4964-4973.
- [12] ZHAO Jin, WANG Hongtao, WU Qiuwei, et al. Optimal generator start-up sequence for bulk system restoration with active distribution networks[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(3): 2046-2057.
- [13] ZHAI Shibo, WANG Hongtao, SHAN Yuechen, et al. Optimal generator start-up sequence with active distribution networks considering recovery path[C]//2021 IEEE 4th International Conference on Electronics Technology(ICET). Chengdu: IEEE, 2021: 472-478.
- [14] SCHNEIDER K P, TUFFNER F K, ELIZONDO M A, et al. Evaluating the feasibility to use microgrids as a resiliency resource[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2017, 8(2): 687-696.
- [15] ZHAO Yuxuan, LIN Zhenzhi, DING Yi, et al. A model predictive control based generator start-up optimization strategy for restoration with microgrids as black-start resources[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(6): 7189-7203.
- [16] QIU Feng, LI Peijie. An integrated approach for power system restoration planning[J]. Proceedings of the IEEE, 2017, 105(7): 1234-1252.
- [17] 梁海平, 顾雪平. 空投变压器对电网恢复初期系统影响的仿真研究[J]. 华北电力大学学报, 2012, 39(5): 1-5.
LIANG Haiping, GU Xueping. Research and simulation on no-load transformer energizing in the early stage of power system restoration[J]. Journal of North China Electric Power University, 2012, 39(5): 1-5(in Chinese).
- [18] SUN Lei, LIN Zhenzhi, XU Yan, et al. Optimal skeleton-network restoration considering generator start-up sequence and load pickup[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2019, 10(3): 3174-3185.
- [19] ZHAO Jin, LIU Yao, WANG Hongtao, et al. Receding horizon load restoration for coupled transmission and distribution system considering load-source uncertainty [J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2020, 116: 105517.
- [20] JIANG Yazhou, CHEN Sijie, LIU C C, et al. Blackstart capability planning for power system restoration[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2017, 86: 127-137.
- [21] 刘强, 石立宝, 周明, 等. 电力系统恢复中机组恢复的优化选择方法[J]. 电工技术学报, 2009, 24(3): 164-170.
LIU Qiang, SHI Libao, ZHOU Ming, et al. Optimal strategy for units start-up during power system restoration[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2009, 24(3): 164-170(in Chinese).

附录 A 配电网恢复及向上送电约束

- 1) 同步机组启动特性约束。

$$0 \leq w'_{g,1} + w'_{g,2} \leq 1, \quad \forall g \in \Omega_{DSn}^G \quad (A1)$$

$$w'_{g,1} + w'_{g,2} \geq 1 - \frac{t_g^{st} + T_g^c}{t}, \quad \forall g \in \Omega_{DSn}^G \quad (A2)$$

$$w'_{g,3} \geq 1 - \frac{t_g^{st}}{t}, \quad \forall g \in \Omega_{DSn}^G \quad (A3)$$

$$w'_{g,1} \times t \leq t_g^{st} + T_g^c + \frac{P_g^{\max}}{R_g}, \quad \forall g \in \Omega_{DSn}^G \quad (A4)$$

$$v'_{g,1} + w'_{g,1} T_g^c \leq t, \quad \forall g \in \Omega_{DSn}^G \quad (A5)$$

$$v'_{g,2} + w'_{g,2} (T_g^c + \frac{P_g^{\max}}{R_g}) \leq t, \quad \forall g \in \Omega_{DSn}^G \quad (A6)$$

$$0 \leq v'_{g,h} \leq w'_{g,h} M, \quad \forall g \in \Omega_{DSn}^G \quad (A7)$$

$$t_g^{st} - (1 - w'_{g,h}) M \leq v'_{g,h} \leq t_g^{st} + (1 - w'_{g,h}) M, \quad \forall g \in \Omega_{DSn}^G \quad (A8)$$

$$t_g^{st} \leq T, \quad \forall g \in \Omega_{DSn}^G \quad (A9)$$

$$P_g^t = -v'_{g,1} R_g + w'_{g,1} (t - T_g^c) R_g + w'_{g,2} P_g^{\max} - w'_{g,3} P_g^{\text{crk}}, \quad \forall i \in \Omega_{DSn}^G \quad (A10)$$

式中： Ω_{DSn}^G 为电网的同步机组集合； t_g^{st} 、 P_g^{crk} 、 T_g^c 、 R_g 和 P_g^{\max} 分别为机组 g 的启动时间、启动功率、吸收功率时间、爬坡率和最大输出功率； $w'_{g,h}$ ($h=1,2,3$)为整数0-1变量，分别表示机组 g 是否处于爬坡、最大出力 and 吸收功率阶段； $v'_{g,h}$ 为辅助变量，式(A7)–(A8)为其定义； P_g^t 为 t 时刻机组 g 的有功出力。

式(A1)表示机组不能同时处于吸收功率阶段和爬坡阶段；式(A2)–(A6)表示各阶段对应的时间范围；式(A9)表示所有机组需在恢复总时段前完成启动；式(A10)表示同步机组 g 在 t 时刻的发电能力。

2) 储能约束。

$$0 \leq P_{\text{ch},g}^t \leq P_{\text{ch},g}^{\max} x_{\text{ch},g}^t, \quad \forall g \in \Omega_{DSn}^{\text{stor}} \quad (A11)$$

$$0 \leq P_{\text{dch},g}^t \leq P_{\text{dch},g}^{\max} x_{\text{dch},g}^t, \quad \forall g \in \Omega_{DSn}^{\text{stor}} \quad (A12)$$

$$x_{\text{ch},g}^t + x_{\text{dch},g}^t \leq 1, \quad \forall g \in \Omega_{DSn}^{\text{stor}} \quad (A13)$$

$$P_g^t = P_{\text{dch},g}^t - P_{\text{ch},g}^t, \quad \forall g \in \Omega_{DSn}^{\text{stor}} \quad (A14)$$

$$E_g^{t+1} - E_g^t = P_g^t, \quad \forall g \in \Omega_{DSn}^{\text{stor}} \quad (A15)$$

$$0 \leq E_g^t \leq E_g^{\max}, \quad \forall g \in \Omega_{DSn}^{\text{stor}} \quad (A16)$$

式中： $\Omega_{DSn}^{\text{stor}}$ 为电网 n 的储能集合； $P_{\text{ch},g}^t$ 、 $P_{\text{dch},g}^t$ 分别为储能 g 的充电功率和放电功率； $x_{\text{ch},g}^t$ 、 $x_{\text{dch},g}^t$ 分别为储能 g 的充电状态和放电状态； E_g^t 为储能 g 在 t 时刻的能量。

式(A11)–(A16)为储能设施的功率、充放电状态与能量约束。

3) RES 出力约束。

$$P_r^t = \max\{\gamma^t - \frac{1}{n_s(1-\beta)} \sum_{k=1}^{n_s} u_k\}, \quad \forall r \in \Omega_{DSn}^{\text{RES}} \quad (A17)$$

$$u_k \geq 0, u_k \geq \gamma^t - P_k^t \quad (A18)$$

式中： $\Omega_{DSn}^{\text{RES}}$ 为电网 n 的RES集合； P_r^t 为 t 时刻的RES出力； P_k^t 为 t 时段第 k 次采样的RES出力数据； γ^t 为 P_k^t 的阈值； n_s 为采样次数； β 为置信度。

式(A17)–(A18)为利用条件风险价值方法下的RES不

确定性评估方法^[19]，以获得可靠的RES出力值，降低恢复过程中由不确定性导致的风险。

4) 系统功率特性约束。

$$\sum_{g \in \Omega_{DSn}^G} P_g^t + \sum_{s \in \Omega_{DSn}^{\text{stor}}} P_s^t + \sum_{r \in \Omega_{DSn}^{\text{RES}}} P_r^t = \sum_{l \in \Omega_{DSn}^{\text{bus}}} p_l^t P_l^t + P_{\text{dispatch}}^t \quad (A19)$$

式中： Ω_{DSn}^G 、 $\Omega_{DSn}^{\text{stor}}$ 和 $\Omega_{DSn}^{\text{bus}}$ 分别为配电网 n 的同步机组、储能和节点集合； P_g^t 、 P_s^t 分别为同步机组 g 和储能 s 的有功功率； p_l^t 为节点 l 处的负荷恢复状态； P_l^t 为节点 l 的负荷量； P_{dispatch}^t 为系统的可调度负荷量。

式(A19)表示配电网 n 在 t 时刻的系统发电能力始终大于等于0。

5) 恢复状态约束。

$$-M(r_i^t + r_j^t) \leq u_{ij}^{t+DS} \leq M(r_i^t + r_j^t), \quad \forall i, j \in \Omega_{DSn}^{\text{bus}}, \forall l_{ij} \in \Omega_{DSn}^{\text{line}} \quad (A20)$$

$$-M \sum_{l \in \delta(i)} u_l^t \leq r_i^t \leq M \sum_{l \in \delta(i)} u_l^t, \quad \forall i \in \Omega_{DSn}^{\text{bus}} \quad (A21)$$

$$p_i^t \leq r_i^t, \quad \forall i \in \Omega_{DSn}^{\text{bus}} \quad (A22)$$

$$[\sum_{i \in \Omega_{DSn}^{\text{bus}}} (1 - r_i^t) + 1] \leq t_g^{st} \quad (A23)$$

$$[\sum_{i \in \Omega_{DSn}^{\text{bus}}} (1 - p_i^t) + 1] \leq T_i^t \quad (A24)$$

$$q_g^t \leq \frac{P_g^t}{P_g^{\min}}, \quad \forall i \in \Omega_{DSn}^G \quad (A25)$$

式中： $\Omega_{DSn}^{\text{line}}$ 为配电网 n 的线路集合； M 为取值很大的正整数； r_i^t 和 u_j^t 为整数0-1变量，分别为节点 i 和线路 j 在 t 时刻的恢复状态； t DS为配电网线路的恢复时间； $\delta(i)$ 表示与节点 i 相连的线路； p_i^t 和 q_g^t 为整数0-1变量，分别表示节点 i 的负荷是否恢复和机组 g 是否达到最小出力； T_i^t 为负荷 i 的最晚恢复时间； t_g^{st} 和 P_g^{\min} 分别为机组 g 的启动时间和最小有功出力。

式(A20)–(A23)分别为配电网的线路、节点、负荷和机组的恢复条件；式(A24)表示负荷需要在设定的时间前恢复；式(A25)为机组达到最小出力状态的约束。

6) 恢复逻辑约束。

$$r_i^t \leq r_i^{t+1}, \quad \forall i \in \Omega_{DSn}^{\text{bus}} \quad (A26)$$

$$u_j^t \leq u_j^{t+1}, \quad \forall j \in \Omega_{DSn}^{\text{line}} \quad (A27)$$

$$p_k^t \leq p_k^{t+1}, \quad \forall k \in \Omega_{DSn}^{\text{bus}} \quad (A28)$$

式(A26)–(A28)表示节点、线路和负荷在恢复后不会断开。

7) 向上送电状态约束。

$$s_n^t \leq \frac{\sum_{i \in \Omega_{DSn}^{\text{bus}}} p_i^t + \sum_{g \in \Omega_{DSn}^G} q_g^t}{n_{\text{load}} + n_{\text{gen}}}, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (A29)$$

$$[\sum_{n \in \Omega_{DS}} (1 - s_n^t) + 1] = t_n^{\text{rd}} \quad (A30)$$

式中： s_n^t 为整数0-1变量，为配电网 n 的向上送电状态； n_{load} 和 n_{gen} 分别为负荷和机组总数量。式(A29)为配电网向上送电状态约束；式(A30)为向上送电准备时间的定义。

8) 系统备用约束。

$$\sum_{g \in \Omega_{DS}^s} P_g^{R,t} - \omega(P_n^{cr} + P_n^{b,0}) \geq 0, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (A31)$$

$$P_g^{R,t} = \min(P_g^{\max} - P_g^t, R_g t_{DS}) \quad (A32)$$

式中： $P_g^{R,t}$ 为机组 g 在 t 时刻的旋转备用； ω 为系统备用率需求； P_n^{cr} 为配电网 n 的关键负荷总量； $P_n^{b,0}$ 为常数，取值为输电线的最大机组启动功率； P_g^{\max} 为机组 g 的最大容量； P_g^t 为机组 g 在 t 时刻的输出功率； R_g 为机组 g 的爬坡率； t_{DS} 为常数，表示配电网的时间步长。式(A31)—(A32)表示配电网在各时刻应保留一定的系统备用^[9]。

附录 B 输配协同分区及恢复约束

1) 分区逻辑约束。

$$-y_{i\alpha} |J| \leq f_{i\alpha} \leq y_{i\alpha} |J|, \quad \forall i \in \Omega_{TS}^{\text{line}} \quad (B1)$$

$$\sum_{i \in \delta(v)} y_{i\alpha} \leq z_{v\alpha} |\delta(v)|, \quad \forall v \in \Omega_{TS}^{\text{bus}} \quad (B2)$$

$$\sum_{\alpha \in N} z_{i\alpha} = 1, \quad \forall i \in \Omega_{TS}^{\text{bus}} \quad (B3)$$

$$P_{\alpha}^{\min} \leq \sum_{g \in \mathcal{I}_{TS}^{\alpha}} P_g^{\max} z_{g\alpha} \leq P_{\alpha}^{\max} \quad (B4)$$

式中： $\Omega_{TS}^{\text{line}}$ 、 Ω_{TS}^{bus} 和 N 为输电线路、节点和分区的集合； $|\delta(i)|$ 为与节点 i 相连的线路总数； $y_{j,\alpha}$ 为整数 0-1 变量，表示线路 j 是否属于分区 α ； $|J|$ 表示系统内 NBSG 的总数； P_{α}^{\min} 和 P_{α}^{\max} 分别为分区 α 的功率上下限，表示分区规模。

式(B1)表示若线路不属于分区 α ，则线路上不会流过该子区发出的网络流；式(B2)表示若节点 v 不属于分区 α ，则相连的线路均不属于分区 α ；式(B3)表示所有节点只能属于一个分区；式(B4)表示每个分区的规模限制。

2) 平稳送电能力曲线线性化。

$$0 \leq w_{n,1}^{a,t} + w_{n,2}^{a,t} \leq 1, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B5)$$

$$w_{n,1}^{a,t} + w_{n,2}^{a,t} + (1 - w_n^a) \geq 1 - \frac{t_n^{\text{ds}}}{t}, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B6)$$

$$w_{n,3}^{a,t} + (1 - w_n^a) \geq 1 - \frac{t_n^{\text{ds}}}{t}, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B7)$$

$$w_{n,1}^{a,t} \times t \leq t_n^{\text{ds}} + \frac{P_n^{a,\max}}{R_n^{\text{ds}}}, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B8)$$

$$v_{n,1}^{a,t} \leq t, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B9)$$

$$v_{n,2}^{a,t} + w_{n,2}^{a,t} \frac{P_n^{a,\max}}{R_n^{\text{ds}}} \leq t, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B10)$$

$$0 \leq v_{n,h}^{a,t} \leq w_{n,h}^{a,t} M, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B11)$$

$$t_n^{\text{ds}} - (1 - w_{n,h}^{a,t}) M \leq v_{n,h}^{a,t} \leq t_n^{\text{ds}} + (1 - w_{n,h}^{a,t}) M, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B12)$$

$$t_n^{\text{ds}} \geq t_n^{\text{rd}}, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B13)$$

$$P_n^{a,t} = -v_{n,1}^{a,t} R_n^{\text{ds}} + w_{n,1}^{a,t} R_n^{\text{ds}} + w_{n,2}^{a,t} P_n^{a,\max} + w_{n,3}^{a,t} P_n^{a,0}, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B14)$$

式中： t_n^{ds} 表示配电网的实际送电时间； $P_n^{a,\max}$ 、 $P_n^{a,0}$ 表示平稳送电能力的最大值和初始值； R_n^{ds} 表示爬坡率。

式(B5)—(B14)为配电网平稳送电能力曲线的线性化表达，各约束的含义与(A1)—(A10)类似。

3) 短时支撑能力曲线线性化。

$$0 \leq w_{n,1}^{b,t} + w_{n,2}^{b,t} \leq 1, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B15)$$

$$w_{n,1}^{b,t} + w_{n,2}^{b,t} + (1 - w_n^b) \geq 1 - \frac{t_n^{\text{ds}}}{t}, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B16)$$

$$w_{n,3}^{b,t} + (1 - w_n^b) \geq 1 - \frac{t_n^{\text{ds}}}{t}, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B17)$$

$$w_{n,1}^{b,t} \times t \leq t_n^{\text{ds}} + t_n^{\text{hold}} + \frac{P_n^{b,\max}}{R_n^{\text{ds}}}, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B18)$$

$$v_{n,1}^{b,t} + w_{n,1}^{b,t} t_n^{\text{hold}} \leq t, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B19)$$

$$v_{n,2}^{b,t} + w_{n,2}^{b,t} (t_n^{\text{hold}} + \frac{P_n^{b,\max}}{R_n^{\text{ds}}}) \leq t, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B20)$$

$$0 \leq v_{n,h}^{b,t} \leq w_{n,h}^{b,t} M, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B21)$$

$$t_n^{\text{ds}} - (1 - w_{n,h}^{b,t}) M \leq v_{n,h}^{b,t} \leq t_n^{\text{ds}} + (1 - w_{n,h}^{b,t}) M, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B22)$$

$$t_n^{\text{ds}} \geq t_n^{\text{rd}}, \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B23)$$

$$P_n^{b,t} = -v_{n,1}^{b,t} R_n^{\text{ds}} + w_{n,1}^{b,t} (t - t_n^{\text{hold}}) R_n^{\text{ds}} + w_{n,2}^{b,t} P_n^{b,\max} + w_{n,3}^{b,t} P_n^{b,0} - (w_{n,1}^{b,t} + w_{n,2}^{b,t}) (P_n^{b,0} + P_n^{\text{ramp}}), \quad \forall n \in \Omega_{DS} \quad (B24)$$

式中： t_n^{ds} 表示配电网的送电准备时间； $P_n^{b,\max}$ 、 $P_n^{b,0}$ 和 $P_n^{b,0}$ 表示短时支撑能力的最大值、初始值和爬坡阶段初始值； R_n^{ds} 表示爬坡率。

式(B15)—(B24)为配电网短时支撑能力曲线的线性化表达，各约束的含义与(A1)—(A10)类似。

4) 输电网恢复状态约束。

$$-M(r_{i,\alpha}^t + r_{j,\alpha}^t) \leq u_{ij,\alpha}^{t+\text{ts}} \leq M(r_{i,\alpha}^t + r_{j,\alpha}^t), \quad \forall i, j \in \Omega_{TS}^{\text{bus}}, \forall l_{ij} \in \Omega_{TS}^{\text{line}} \quad (B25)$$

$$-M \sum_{i \in \delta(i)} u_{i,\alpha}^t \leq r_{i,\alpha}^t \leq M \sum_{i \in \delta(i)} u_{i,\alpha}^t, \quad \forall i \in \Omega_{TS}^{\text{bus}} \quad (B26)$$

$$[\sum_{i \in \Omega_{TS}^{\text{NBSG}}} (1 - r_{i,\alpha}^t) + 1] \leq t_g^{\text{st}} \quad (B27)$$

$$r_{i,\alpha}^t \leq r_{i,\alpha}^{t+1}, \quad \forall i \in \Omega_{TS}^{\text{bus}} \quad (B28)$$

$$u_{j,\alpha}^t \leq u_{j,\alpha}^{t+1}, \quad \forall j \in \Omega_{TS}^{\text{line}} \quad (B29)$$

式中： $r_{i,\alpha}^t$ 和 $u_{j,\alpha}^t$ 表示分区 α 的节点 i 和线路 j 在 t 时刻的恢复状态； t_{TS} 表示输电线路恢复时间。

式(B25)—(B27)为输电线路、节点和机组的恢复条件。式(B28)—(B29)表示节点和线路恢复后不再断开。

5) 吸收无功能力约束。

$$Q_i^t = w_{i,3}^t Q_i^{\min}, \quad \forall i \in \Omega_{TS}^G \quad (B30)$$

$$Q_j^{\text{DS},t} = (w_{j,3}^{a,t} + w_{j,3}^{b,t}) Q_j^{\min}, \quad \forall j \in \Omega_{DS} \quad (B31)$$

式中 Q_i^{\min} 和 Q_j^{\min} 分别表示机组 i 和配电网 j 的最小吸收无功能力。

式(B30)—(B31)为机组和配电网的吸收无功能力， Q_i^{\min} 和 Q_j^{\min} 的取值参考文献[20]。

附录 C 详细算例信息

表 C1 输电机组参数

Table C1 Parameters of generators in TS

机组类型	位置	启动时间 /min	启动功率 /MW	爬坡率/ (MW-h)	最大功率 /MW
BSG	4	10	0	68	130
	20	10	0	52	100
	43	10	0	104	200
NBSG	8	90	50	254	660
	24	80	38	210	540
	33	90	50	254	660
	36	80	25	120	300
	45	80	42	194	500

表 C2 配电网同步机组参数

Table C2 Parameters of synchronous units in DSs

序号	位置	类型	启动时间/min	启动功率/MW	爬坡率/ (MW-h)	最大功率/MW	最小技术出力/MW
DS1	5	CHP	5	0.5	8.6	24	1.0
DS2	4	GT	0	0	7.0	25	0
	7	CHP	5	1.8	8.0	30	3.8
DS3	3	CHP	15	3.0	10.0	35	5.0
	5	GT	0	0	6.0	23	0

表 C3 配电网储能参数

Table C3 Parameters of energy storages in DSs

序号	位置	初始 SOC/%	能量/(MW-h)	充电功率/MW	放电功率/MW
DS1	3	0.9	30	30	30
	7	0.9	10	10	10
DS2	8	0.9	20	25	%
DS3	8	0.9	25	30	30

表 C4 配电网 RES 参数

Table C4 Parameters of renewable energy sources in DSs

序号	位置	额定功率/MW
DS1	8	30
DS2	9	15
DS3	7	10

注：RES 数据来源于网址：<https://www.elia.be/en/grid-data/power-generation/wind-power-generation>

附录 D 恢复策略

表 D1 配电网恢复过程

Table D1 Restoration process of DSs

序号	时间/min	线路通电情况	机组恢复情况
DS1	5	3-2、7-4、8-7	ES3、ES7、RES8 启动
	10	2-1、2-4、2-6、4-5	—
	15	—	CHP5 启动
	20	—	CHP5 达到最小技术出力

续表

序号	时间/min	线路通电情况	机组恢复情况
DS2	5	4-2、4-7、8-7、9-7	GT4、ES8、RES9 启动
	10	2-1、2-3、2-5、2-6	CHP7 启动
	20	—	CHP7 达到最小技术出力
DS3	5	5-2、7-4、8-7	GT5、RES7、ES8 启动
	10	2-1、2-3、2-6、4-2	—
	15	—	CHP3 启动
	40	—	CHP3 达到最小技术出力

表 D2 输电机组启动路径

Table D2 Generator cranking paths of TS

恢复策略	待启动机组	启动路径
本文策略： 3 种支撑方式	NBSG8	DS1-7-8
	NBSG24	DS2-26-23-24
	NBSG33	BSG20-19-34-33
	NBSG36	BSG43-38-31-29-36
	NBSG45	BSG43-38-46-44-45
对比策略： 1 种支撑方式	NBSG8	BSG4-5-9-7-等待-8
	NBSG24	BSG4-5-9-14-15-23-等待-24
	NBSG33	BSG20-19-34-等待-33
	NBSG36	BSG43-38-31-29-36
	NBSG45	BSG43-38-46-44-45



王炜歆

在线出版日期：2023-08-15。

收稿日期：2022-11-08。

作者简介：

王炜歆(1997)，男，硕士研究生，主要研究方向为电力系统恢复、韧性电网等，wangweixin@bjtu.edu.cn；

王小君(1978)，男，教授，博士生导师，主要研究方向为主动配电网优化运行、配电网应急恢复等，xjwang1@bjtu.edu.cn；

许寅(1986)，男，教授，博士生导师，主要研究方向为韧性电网、电力交通融合、电力系统高性能计算等，xuyin@bjtu.edu.cn；

*通信作者：王颖(1992)，女，讲师，主要研究方向为韧性电网、配电网故障恢复、电力交通融合等，wangying1@bjtu.edu.cn；

刘家好(1986)，女，硕士，高级工程师，主要研究方向为韧性电网、电气设备状态检测与故障诊断等，liujiayu04@gmail.com；

杜洋(1986)，男，硕士，高级工程师，主要研究方向为韧性电网、城市电网优化运行、虚拟电厂等，du-epri@qq.com。

(编辑 乔宝榆，李新洁)

A Synthetic Optimal Decision-making Method for Parallel Restoration Sectionalizing and Generator Start-up Sequence of Power Grids Considering Transmission and Distribution System Coordination

WANG Weixin¹, WANG Xiaojun¹, XU Yin¹, WANG Ying^{1*}, LIU Jiayu², DU Yang²

(1. School of Electrical Engineering, Beijing Jiaotong University; 2. Electric Power Research Institute of State Grid Shanghai Municipal Electric Power Company)

KEY WORDS: black start; active distribution system; sections; generator start-up sequence; coordinated restoration of transmission system and distribution system

With various types of resources accessed in distribution systems (DSs), it is possible to utilize active DSs to support transmission system (TS) restoration through bottom-up strategy, accelerating black start.

This paper proposes a synthetic optimal decision-making method for parallel restoration sectionalizing and generator start-up sequence considering TS and DSs coordination. The idea of coordinated restoration of TS and DSs is shown in Fig. 1.

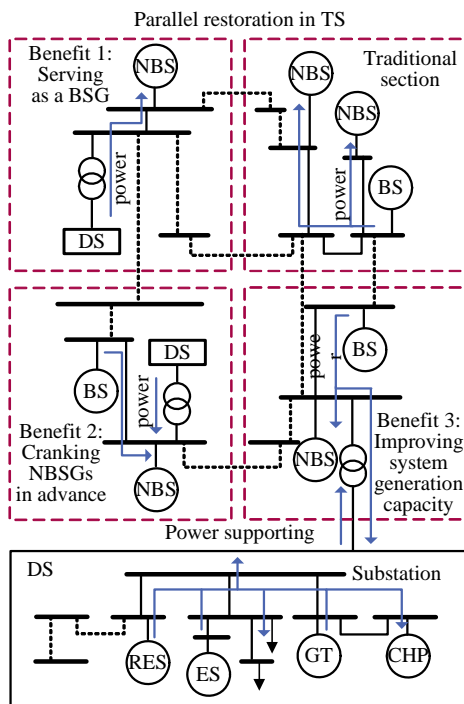


Fig. 1 Idea of coordinated restoration of TS and DSs

Considering the cranking power demand of the TS and the flexible energy storage systems in the DS, two power output curves of the DS for supporting the TS are defined, as shown in Fig. 2. The red curve emphasizes the stable-increasing power support during restoration, while the blue curve describes the capability to provide high power to meet the power requirements of TS in early stage. Only one curve will be chosen by TS when making decision.

Taking two curves of DSs into consideration,

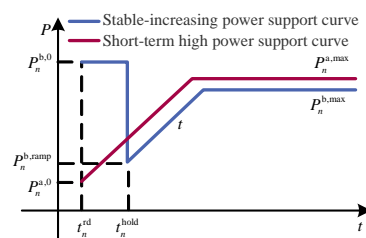


Fig. 2 Power output curves of DSs

minimizing the total starting time of generators, subject to network flow constraints, generator start-up constraints and restoration sequence constraints, a mixed-integer linear program for sectionalizing and generator start-up sequence considering coordinated restoration of TS and DSs is built.

To test the superiority of the proposed method, a compared strategy based on traditional parallel restoration considering Benefit 3 is obtained. Fig. 3 and Fig. 4 show that the proposed strategy can restart generators more quickly with more parallel restoration sections benefiting from the support of DSs.

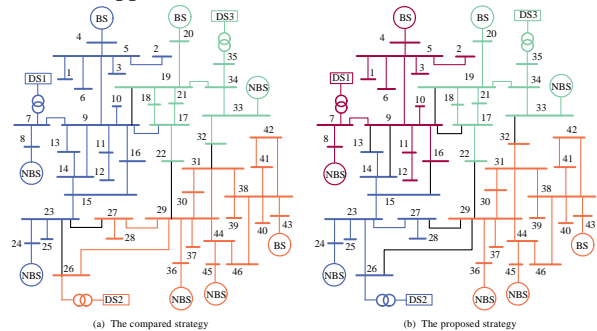


Fig. 3 Sectionalization results of different strategies

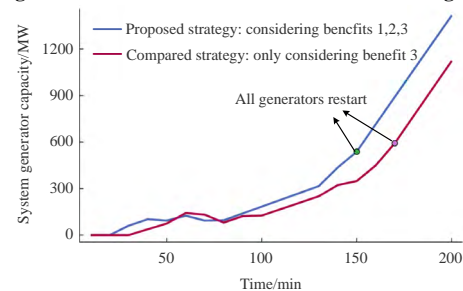


Fig. 4 Generator capacity curves of different strategies